

ΓΡΑΠΤΗ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ

Θέμα 1ο

Να βρεθεί ένα ιδιοδιάνυσμα, που αντιστοιχεί στην απολύτως μικρότερη ιδιοτιμή του πίνακα:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Θέμα 2ο

α) Αν $\vec{r}_1 = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{r}_2 = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{r}_3 = -2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ και $\vec{r}_4 = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 5\vec{k}$, να υπολογίσετε τους αριθμούς α, β, γ , ώστε να είναι $\vec{r}_4 = \alpha\vec{r}_1 + \beta\vec{r}_2 + \gamma\vec{r}_3$. Τι συμπεραίνετε για τα διανύσματα $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \vec{r}_4$;

β) Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα: $I = \int \frac{\ln x}{x \cdot \ln 3x} dx$

Θέμα 3ο

α) Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα: $I = \int \tan^2 x dx$

β) Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα: $I = \int \frac{dx}{(x+1)(x^2+1)}$

Θέμα 4ο

α) Σ' ένα κύκλωμα εφαρμόζεται μία μεταβαλλόμενη τάση. Τότε το κύκλωμα εμφανίζει μια σύνθετη αντίσταση z , που ικανοποιεί την εξίσωση $z^3 = \bar{z}$. Να βρεθεί η μορφή της τάσης, αφού η τάση $u = \operatorname{Re} z$, και να χίνει η γραφική παράσταση αυτής, όταν η περίοδός της είναι $T = 2\pi$.

β) Να βρεθεί το εμβαδόν, που περιλαμβάνεται μεταξύ των γραμμών $y = x^2$ και $x = y^2$. Να κάνετε ένα πρόχειρο διάγραμμα.

Καλή επιτυχία